

まず ,

$$\begin{aligned} & J(z)|E(u_n(t_n, x_n + z) - u_n(t_n, x_n) + p_n z + \alpha_n) - p_n z| \\ & \leq \left(\frac{1}{2} + \|u_n(t_n, \cdot + x_n) - u_n(t_n, x_n)\|_\infty + |\alpha_n| \right) J(z) \leq C J(z) \quad (\exists C > 0), \end{aligned}$$

だから , Fatou の補題より ,

$$\begin{aligned} & \limsup_{n \rightarrow \infty} \int J(z)(E(u_n(t_n, x_n + z) - u_n(t_n, x_n) + p_n z + \alpha_n) - p_n z) dz \\ & \leq \int J(z) \limsup_{n \rightarrow \infty} (E(u_n(t_n, x_n + z) - u_n(t_n, x_n) + p_n z + \alpha_n) - p_n z) dz. \end{aligned}$$

従って , 問題はつぎを示すことである : 各 z に対して ,

$$\begin{aligned} & \limsup_{n \rightarrow \infty} E(u_n(t_n, x_n + z) - u_n(t_n, x_n) + p_n z + \alpha_n) \\ & \leq E(\bar{u}(t_0, x_0 + z) - \bar{u}(t_0, x_0) + p_0 z + \alpha_0) \end{aligned}$$

が成り立つ . ただし , $n \rightarrow \infty$ のとき , $(t_n, x_n, p_n, \alpha_n) \rightarrow (t_0, x_0, p_0, \alpha_0)$ としている .

$$w_n(t, x) = \sup\{u_k(s, y) \mid k \geq n, (s, y) \in B((t, x), 1/n)\}$$

とおく . つぎが成り立つ :

$$\forall n, \exists m(n) \geq n \text{ such that } \forall j \geq m(n), w_n(t_0, x_0 + z) \geq u_j(t_j, x_j + z),$$

$$w_n(t, x) \searrow \bar{u}(t, x) \quad \text{as } n \rightarrow \infty.$$

従って , $j \geq m(n)$ のとき ,

$$E(u_j(t_j, x_j + z) - u_j(t_j, x_j) + p_j z + \alpha_j) \leq E(w_n(t_0, x_0 + z) - u_j(t_j, x_j) + p_j z + \alpha_j).$$

同時に $j \rightarrow \infty, n \rightarrow \infty$ とするとき (ただし , $n \rightarrow \infty$ は相対的にゆっくり) ,

$$w_n(t_0, x_0 + z) - u_j(t_j, x_j) + p_j z + \alpha_j \rightarrow \bar{u}(t_0, x_0 + z) - \bar{u}(t_0, x_0) + p_0 z + \alpha_0$$

となる . E の USC の性質を用いれば

$$\begin{aligned} & \limsup E(u_j(t_j, x_j + z) - u_j(t_j, x_j) + p_j z + \alpha_j) \\ & \leq \limsup E(w_n(t_0, x_0 + z) - u_j(t_j, x_j) + p_j z + \alpha_j) \\ & \leq E(\bar{u}(t_0, x_0 + z) - \bar{u}(t_0, x_0) + p_0 z + \alpha_0). \end{aligned}$$

□